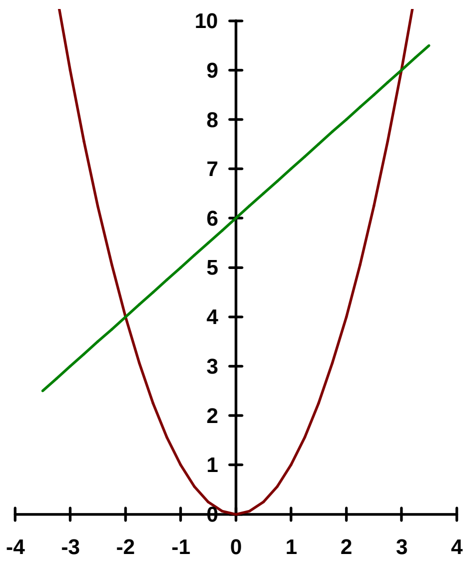
ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

I. Résoudre une équation du second degré:

- **Exemple :** résoudre l'équation $x^2 - x - 6 = 0$
- **Méthode algébrique :**
  L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$
  On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$
  - $\Delta < 0 \Rightarrow$ pas de solution
  - $\Delta = 0 \Rightarrow$ une solution double $x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$
  - $\Delta > 0 \Rightarrow$ deux solutions $x' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
- **Solution algébrique :**

  $\Delta = (-1)^2 - 4\times(-6) = 1 + 24 = 25$ donc $\Delta > 0$
  Deux solutions :
  $$x' = \frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2} = \frac{1-5}{2} = -2$$
  $$x'' = \frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$
- **Solution graphique :**
  L'équation peut s'écrire : $x^2 = x + 6$
  On trace la parabole d'équation $y = x^2$
  On trace la droite d'équation $y = x + 6$
  Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de la parabole et de la droite



Les solutions sont donc $x = -2$ et $x = 3$.

II. Factoriser le trinôme du second degré :

- **Exemple :** factoriser le trinôme $P(x) = 3x^2 + 5x - 12$
- **Méthode :** si le trinôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ n'a pas de racines on ne peut pas le factoriser
  si le trinôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ a deux racines x' et x'' il peut s'écrire
  $$P(x) = a(x - x')(x - x'')$$
- **Solution :**
  $$\Delta = 25 - 4 \times (-12 \times 3) = 25 + 144 = 169$$
  $$x' = \frac{-5 - \sqrt{169}}{2 \times 3} = \frac{-5 - 13}{6} = -3$$
  $$x'' = \frac{-5 + \sqrt{169}}{2 \times 3} = \frac{-5 + 13}{6} = \frac{4}{3}$$
  D'où $P(x) = 3[x - (-3)]\left(x - \frac{4}{3}\right) = 3(x + 3)\left(x - \frac{4}{3}\right)$

  Et $P(x) = (x + 3)(3x - 4)$

III. Résoudre une inéquation du second degré :

- **Exemple :** résoudre l'inéquation : $2x^2 + 9x - 5 \leq 0$
- **Méthode :** s'il n'y a pas de racine le trinôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ est du signe de a.
  s'il y a des racines on factorise le trinôme, on étudie le signe de chaque facteur et on applique la règle du signe d'un produit
- **Solution :**
  $$\Delta = 81 - 4 \times (-5 \times 2) = 121$$
  $$x' = \frac{-9 - \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{-20}{4} = -5$$
  $$x'' = \frac{-9 + \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

  L'inéquation devient donc : $(x + 5)(2x - 1) \leq 0$

  On étudie le signe de $x + 5$ $\quad x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$

  On étudie le signe de $2x - 1$ $\quad 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

  Cela permet de construire le tableau suivant :

x	- ∞		-5		1/2		+ ∞
$2x$ - 1		–		–	0	+	
x + 5		–	0	+		+	
(2x - 1) (x + 5)		+	0	–	0	+	

D'où la solution de l'inéquation : $-5 \leq x \leq \frac{1}{2}$ c'est à dire $S = \left[-5; \frac{1}{2}\right]$