SUITES NUMÉRIQUES

I. Déterminer le terme de rang *n* d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer le 13e terme d'une suite arithmétique de premier terme u_1 = 1,75 et de raison r = 3,5.
- **Méthode :**

On utilise la relation $u_n = u_1 + (n-1)r$

- **Solution :**

  $u_{13} = 1{,}75 + (13-1) \times 3{,}5$

  $u_{13} = 1{,}75 + 12 \times 3{,}5 = 1{,}75 + 42 \Rightarrow u_{13} = 43{,}75$

II. Déterminer la raison *r* d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer la raison r d'une suite arithmétique de premier terme u_1 = 3,4 sachant que u_{16} = 34,9.
- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 + (n-1)r$ devient ici :

  $u_{16} = u_1 + 15r \Leftrightarrow 34{,}9 = 3{,}4 + 15r$

D'où : $15r = 34{,}9 - 3{,}4$

  $15r = 31{,}5 \Rightarrow r = \dfrac{31{,}5}{15} \Rightarrow r = 2{,}1$

III. Déterminer le rang *n* d'un terme d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer le rang n du terme u_n = 37,6 d'une suite arithmétique de premier terme u_1 = 0,8 et de raison r = 1,6.
- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 + (n-1)r$ devient ici :

  $37{,}6 = 0{,}8 + (n-1)1{,}6 \Leftrightarrow 37{,}6 = 0{,}8 + 1{,}6n - 1{,}6$

D'où : $1{,}6n = 37{,}6 - 0{,}8 + 1{,}6$

  $1{,}6n = 38{,}4 \Rightarrow n = \dfrac{38{,}4}{1{,}6} \Rightarrow n = 24$

IV. Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer la somme des 15 premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme u_1 = 2,3 et de raison r = 3,1.
- **Méthode :**

On utilise la formule $S = n\dfrac{(u_1 + u_n)}{2}$

- **Solution :**

La formule devient ici $S = 15\dfrac{(u_1 + u_{15})}{2}$

Or : $u_{15} = u_1 + 14r \Rightarrow u_{15} = 2{,}3 + 14 \times 3{,}1 \Rightarrow u_{15} = 45{,}7$

D'où : $S = 15 \times \dfrac{(2{,}3 + 45{,}7)}{2} \Rightarrow S = 15 \times \dfrac{48}{2} \Rightarrow S = 15 \times 24$

Ainsi : $S = 360$

V. Déterminer le terme de rang *n* d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer le 8^e terme d'une suite géométrique de premier terme u_1 = 1,2 et de raison q = 3.
- **Méthode :**

On utilise la relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

- **Solution :**

  $u_8 = 1{,}2 \times 3^{8-1} \Leftrightarrow u_8 = 1{,}2 \times 3^7 \Leftrightarrow u_8 = 1{,}2 \times 2187 \Leftrightarrow u_8 = 2624{,}4$

VI. Déterminer la raison *q* d'une suite géométrique:

- **Exemple :** Calculer la raison q d'une suite géométrique de premier terme u_1 = 3 sachant que u_7 = 46875.
- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ devient ici :

  $u_7 = 3 \times q^{7-1}$

D'où : $46875 = 3 \times q^6 \Rightarrow q^6 = \dfrac{46875}{3} \Rightarrow q^6 = 15625$

Donc : $q = 15625^{\frac{1}{6}} \Rightarrow q = 5$

VII. Calculer la somme des termes d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer la somme des 10 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme u_1 = 9 et de raison q = 4.
- **Méthode :**

On utilise la formule $S = u_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

- **Solution :**

La formule devient ici $S = 9 \times \dfrac{4^{10} - 1}{4 - 1} \Rightarrow S = 3\left(4^{10} - 1\right) \Rightarrow S = 3 \times 1048575$

Donc : $S = 3145725$

VIII. Application aux intérêts composés :

- **Exemple :** Une personne place un capital de 15 000 €, à intérêts composés, au taux annuel de 6 %. Quel est le montant de la valeur acquise à la fin de la 8^e année ?
- **Méthode :**

À la fin de chaque année, la valeur acquise est celle du début de l'année augmentée de 6%, c'est-à-dire multipliée par 1,06.

On a ainsi une suite géométrique de premier terme u_1 = 15 000 et de raison q = 1,06.

- **Solution :**

Remarquons que la valeur acquise à la fin de la 1^{ère} année correspond à u_2.

Donc la valeur acquise à la fin de la 8^e année est ici u_9, c'est-à-dire :

  $15000 \times 1{,}06^8 = 15000 \times 1{,}593848 \approx 23907{,}72$